МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Южно-Уральский государственный университет»
(национальный исследовательский университет)
Высшая школа электроники и компьютерных наук
Кафедра «Информационно-измерительная техника»

Обработка и формы представления результата прямых измерений с многократными наблюдениями

ОТЧЕТ

по практической работе №1

Вариант №25

по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация»

Выполнил:
студент группы П–273
_________ / М.П. Ходырев /
(подпись)
«_____» ____________ 2024 г.

Проверил: ст. преподаватель
__________ / И.С. Никитин /
(подпись)
«_____» ____________ 2024 г.

Челябинск 2023

Проведено измерение ЭДС с помощью потенциометра постоянного тока. Результаты наблюдений приведены в таблице 1. Определите результат измерения напряжения. Уровень значимости q принять равным 0,01

Исходные данные для выполнения практической работы согласно варианту №25

Показания потенциометра, В	
3,73094	0,671632
3,75549	0,672226
3,68536	0,670530
3,72568	0,671505
3,73585	0,671751
3,68354	0,670486
3,74574	0,671990
3,74597	0,671996
3,65684	0,669840
3,73597	0,671754
3,69597	0,670786
3,71542	0,671257
3,75586	0,672235
3,71515	0,671250
3,72548	0,671500
3,74694	0,672019
3,71511	0,671249
3,72814	0,671564
3,74593	0,671995
3,71299	0,671198

Алгоритм задания исходных данных для практической работы:

$$x_i = \frac{B_i}{N} \cdot \frac{(N+1)}{43} + \frac{N}{43} [B],$$

$$\theta_1 = \frac{5.0}{N} \cdot 10^{-3} [B], \theta_2 = \frac{5.0}{N} \cdot 10^{-3} [B], \theta_3 = \frac{5.0}{N} \cdot 10^{-3} [B]$$

где N – порядковый номер студента в общем списке группы;

B_i – исходные данные для выполнения практической работы, взятые из таблицы 1;

x_i – исходные данные для выполнения практической работы, взятые из таблицы для варианта *N;*

$\theta_2, \theta_2, \theta_3$ – составляющие систематической погрешности.

$N = 25$,

$\theta_1 = 0{,}0002[B], \theta_2 = 0{,}000132[B], \theta_3 = 0{,}000252[B]$

Уровень значимости *q=1%*

Проверка наличия в результатах измерений грубых погрешностей и исключение их при необходимости

Согласно ГОСТ 8.736-2011 для исключения грубых погрешностей следует использовать критерий Граббса. Исследование проводится в 2 этапа: проверка гипотезы о том, что наибольший x_{max} результат измерения вызван грубыми погрешностями; проверка гипотезы о том, что наименьший x_{min} результат измерений вызван грубыми погрешностями.

Каждое исследование проводится согласно приведенному ранее порядку.

Исследование x_{max}

1. Формирование исходных данных.

Исходные данные для исследования представлены в таблице 1.

2. Формулировка нулевой (H_0) и альтернативной (H_1) гипотез.

Гипотеза H_0— наибольший x_{max} результат измерения вызван грубыми погрешностями;

Гипотеза H_1 — наибольший x_{max} результат измерения не содержит грубой погрешности (промаха).

3. Выбор вида статистической проверки гипотезы.

Для исследования результатов измерений на наличие систематических погрешностей будет использован критерий Граббса.

4. Определение уровня значимости.

Уровень значимости q согласно заданию равен 0,01 (1%).

5. Вычисление фактического значения выбранного статистического критерия на основе исходных данных.

Согласно критерию Граббса критическое значение определяется по формуле $G_1 = \frac{|x_{max-\bar{x}}|}{S} > G_T$, где:

$x_{max} = 0{,}672235\, B$

$\bar{x} = 0{,}671438\, B$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 6{,}34544 \cdot 10^{-4}\, B$$

Тогда:

$$G_1 = \frac{|x_{max} - \bar{x}|}{S} = \frac{|0{,}672235 - 0{,}671438|}{0{,}000635} = 1{,}25559$$

6. Нахождение в таблицах квантиля распределения.

Согласно таблице А.1 приложения А при уровне значимости q и объеме выборки n квантиль $\boldsymbol{G_T}$ (q, n) будет равен:

$G_T(q = 0.01(1\%), n = 20) = 3.001$

7. Проверка, выполняется ли указанное в выбранном критерии условие.

Согласно критерию Граббса, наибольший $\boldsymbol{x_{max}}$ результат измерений вызван грубыми погрешностями если выполняется неравенство:

$$G_1 > G_T$$

где $\boldsymbol{G_T}$ —теоретическое значение критерия Граббса при выбранном уровне значимости q и числу измерений n в группе.

При подстановке значений данное неравенство принимает вид:

1,25559 > 3,001.

8. Формулировка вывода.

Видно, что условие $G_1 > G_T$ не выполняется, следовательно,

отвергается нулевая и принимается альтернативная гипотеза.

<u>Вывод:</u> условие критерия Граббса не выполняется, следовательно, отвергается нулевая гипотеза (***H₀***) и принимается альтернативная гипотеза (***H₁***), согласно которой наибольший ***x_{max}*** результат измерения не вызван грубыми погрешностями.

Исследование *x_{min}*

1. Формирование исходных данных.

Исходные данные для исследования представлены в таблице 1.

2. Формулировка нулевой (***H_0***) и альтернативной (***H_1***) гипотез.

Гипотеза ***H_0*** — наименьший ***x_{min}*** результат измерения вызван грубыми погрешностями;

Гипотеза ***H_1*** — наибольший ***x_{min}*** результат измерения не содержит грубой погрешности (промаха).

3. Выбор вида статистической проверки гипотезы.

Для исследования результатов измерений на наличие систематических погрешностей будет использован критерий Граббса.

4. Определение уровня значимости.

Уровень значимости q согласно заданию равен 0,01 (1%).

5. Вычисление фактического значения выбранного статистического критерия на основе исходных данных.

Согласно критерию Граббса критическое значение определяется по формуле $G_2=¿¿$где:

$$x_{min}=0{,}669840\,B$$

$$\overline{x}=0{,}671438\,B$$

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}{n-1}}=6{,}34544\cdot10^{-4}\,B$$

Тогда:

$G_2=¿¿$

6. Нахождение в таблицах квантиля распределения.

Согласно таблице А.1 приложения А при уровне значимости q и объеме выборки n квантиль G_T (q, n) будет равен:

$$G_T(q=0.01(1\%), n=20)=3.001$$

7. Проверка, выполняется ли указанное в выбранном критерии условие. Согласно критерию Граббса, наибольший x_{min} результат измерений вызван грубыми погрешностями если выполняется неравенство:

$$G_2 > G_T$$

где G_T —теоретическое значение критерия Граббса при выбранном уровне значимости q и числу измерений n в группе.

При подстановке значений данное неравенство принимает вид:

2,51862 > 3,001.

8. Формулировка вывода.

Видно, что условие $G_2 > G_T$ не выполняется, следовательно, отвергается нулевая и принимается альтернативная гипотеза.

<u>Вывод:</u> условие критерия Граббса не выполняется, следовательно, отвергается нулевая гипотеза (H_0) и принимается альтернативная гипотеза (H_1), согласно которой наибольший x_{min} результат измерения не вызван грубыми погрешностями.

<u>Итоговый вывод:</u> поскольку условие критерия Граббса не выполняется в обоих случаях, ни наибольший x_{max}, ни наименьший x_{min} результат измерения не вызваны грубыми погрешностями (не содержит промаха).

Исключение известных систематических погрешностей из результатов измерений путем введения поправок

Исследование проводится согласно приведенному ранее порядку.

1. Формирование исходных данных.

Исходные данные для исследования представлены в таблице 1.

2. Формулировка нулевой (***H₀***) и альтернативной (***H₁***) гипотез.

Гипотеза $\boldsymbol{H_0}$— группа результатов измерений содержит постоянно возрастающую или постоянно убывающую систематическую погрешность;

Гипотеза $\boldsymbol{H_1}$ — группа результатов измерений не содержит постоянно возрастающую или постоянно убывающую систематическую погрешность.

3. Выбор вида статистической проверки гипотезы.

Для исследования результатов измерений на наличие систематических погрешностей будет использован критерий Аббе.

4. Определение уровня значимости.

Уровень значимости q согласно заданию равен 0,01 (1%).

5. Вычисление критического значения выбранного статистического критерия на основе исходных данных.

Согласно критерию Аббе критическое значение определяется по формуле:

$$v = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \left(x_{i+1} - x_i \right)^2}{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x} \right)^2}$$

где x_i – *i-й* результат измерений группы;

$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$ – среднее арифметическое группы результатов измерений.

n – число измерений в группе

Для начала следует определить среднее арифметическое группы результатов измерений:

$$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=0{,}487021\ B$$

Результаты промежуточных расчетов сведены в таблицу 2.

$x_{i+1}-x_i$	$\left(x_{i+1}-x_i\right)^2$	$x_i-\overline{x}$	$\left(x_i-\overline{x}\right)^2$
$5{,}93767\cdot10^{-4}$	$3{,}52560\cdot10^{-7}$	$1{,}94008\cdot10^{-4}$	$3{,}76392\cdot10^{-8}$
$-1{,}69617\cdot10^{-3}$	$2{,}87698\cdot10^{-6}$	$7{,}87776\cdot10^{-4}$	$6{,}20591\cdot10^{-7}$
$9{,}75181\cdot10^{-4}$	$9{,}50979\cdot10^{-7}$	$-9{,}08392\cdot10^{-4}$	$8{,}25175\cdot10^{-7}$
$2{,}45972\cdot10^{-4}$	$6{,}05023\cdot10^{-8}$	$6{,}67898\cdot10^{-5}$	$4{,}46087\cdot10^{-9}$
$-1{,}26571\cdot10^{-3}$	$1{,}60066\cdot10^{-6}$	$3{,}12762\cdot10^{-4}$	$9{,}78200\cdot10^{-8}$
$1{,}50437\cdot10^{-3}$	$2{,}26314\cdot10^{-6}$	$-9{,}52410\cdot10^{-4}$	$9{,}07085\cdot10^{-7}$
$5{,}56279\cdot10^{-6}$	$3{,}09446\cdot10^{-11}$	$5{,}51962\cdot10^{-4}$	$3{,}04662\cdot10^{-7}$
$-2{,}15570\cdot10^{-3}$	$4{,}64705\cdot10^{-6}$	$5{,}57525\cdot10^{-4}$	$3{,}10834\cdot10^{-7}$
$1{,}91384\cdot10^{-3}$	$3{,}66279\cdot10^{-6}$	$-1{,}59818\cdot10^{-3}$	$2{,}55417\cdot10^{-6}$
$-9{,}67442\cdot10^{-4}$	$9{,}35944\cdot10^{-7}$	$3{,}15664\cdot10^{-4}$	$9{,}96439\cdot10^{-8}$
$4{,}70419\cdot10^{-4}$	$2{,}21294\cdot10^{-7}$	$-6{,}51778\cdot10^{-4}$	$4{,}24814\cdot10^{-7}$
$9{,}78084\cdot10^{-4}$	$9{,}56648\cdot10^{-7}$	$-1{,}81359\cdot10^{-4}$	$3{,}28911\cdot10^{-8}$
$-9{,}84614\cdot10^{-4}$	$9{,}69465\cdot10^{-7}$	$7{,}96725\cdot10^{-4}$	$6{,}34770\cdot10^{-7}$
$2{,}49842\cdot10^{-4}$	$6{,}24210\cdot10^{-7}$	$-1{,}87889\cdot10^{-4}$	$3{,}53024\cdot10^{-8}$
$5{,}19033\cdot10^{-4}$	$2{,}24210\cdot10^{-7}$	$6{,}19526\cdot10^{-5}$	$3{,}83812\cdot10^{-9}$
$-7{,}69842\cdot10^{-4}$	$6{,}92656\cdot10^{-7}$	$5{,}80985\cdot10^{-4}$	$3{,}37544\cdot10^{-7}$
$3{,}15144\cdot10^{-4}$	$1{,}93159\cdot10^{-7}$	$-1{,}88857\cdot10^{-4}$	$3{,}56669\cdot10^{-8}$
$4{,}30270\cdot10^{-4}$	$1{,}85132\cdot10^{-7}$	$1{,}26287\cdot10^{-4}$	$1{,}59485\cdot10^{-8}$
$-7{,}96688\cdot10^{-4}$	$6{,}34712\cdot10^{-7}$	$5{,}56557\cdot10^{-4}$	$3{,}09756\cdot10^{-7}$
		$-2{,}40131\cdot10^{-4}$	$5{,}76630\cdot10^{-8}$
$\sum$	$2{,}1342\cdot10^{-5}$	$\sum$	$7{,}65028\cdot10^{-6}$

После этого, используя данные таблицы 2, определяется критическое значение:

$$v=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sum_{i=1}^{n-1}\left(x_{i+1}-x_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{7{,}65028\cdot10^{-6}}{2{,}1342\cdot10^{-5}}=1{,}39483$$

6. Нахождение в таблицах квантиля распределения.

Согласно таблице Б.1 приложения Б при уровне значимости q = 0,01 и объеме выборки п = 20 квантиль vt(q, п) будет равен:

$v_T(q=0.01(1\%), n=20)=0,5203$

7. Проверка, выполняется ли указанное в выбранном критерии условие. Согласно критерию Аббе, группа результатов измерений содержит постоянно возрастающую или постоянно убывающую систематическую по грешность, если выполняется неравенство:

$v<v_T(q,n)$

где $v_T(q,n)$— квантиль распределения, соответствующий уровню значимости q и числу измерений n в группе.

При подстановке значений данное неравенство принимает вид:

$1,39483<0,5203$

8. Формулировка вывода.

Видно, что условие $v<v_T(q,n)$ не выполняется, следовательно, отвергается нулевая и принимается альтернативная гипотеза.

<u>Вывод:</u> условие критерия Аббе не выполняется, следовательно, отвергается нулевая гипотеза (***H_0***) и принимается альтернативная гипотеза (***H_1***), согласно которой группа результатов измерений не содержит постоянно возрастающую или постоянно убывающую систематическую погрешность.

Поскольку исследование показало, что в исходных данных отсутствует систематическая погрешность, нет необходимости вводить поправки.

Отсутствие грубой погрешности (промахов) и монотонной систематической погрешности в выборке результатов наблюдений подтверждает точность представленных данных.

Вычисление среднего арифметического исправленных результатов наблюдений

За результат измерений (оценку измеряемой величины) принимают среднее арифметическое результатов наблюдения:

$$\overline{X}=\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=0,671438\text{В}$$

Вычисление среднего квадратического отклонения

Для расчета среднего квадратического отклонения результатов измерений и смещенной оценки среднего квадратического отклонения можно воспользоваться данными из таблицы 2. Тогда:

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}{n-1}}=\frac{7,65028\cdot 10^{-6}}{20-1}=6,34544\cdot 10^{-4}\,B$$

$$S^{\text{¿}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}{n}}=\frac{7,65028\cdot 10^{-6}}{20}=6,18477\cdot 10^{-4}\,B$$

Среднее квадратическое отклонение среднего арифметического (оценки измеряемой величины) можно найти из среднего квадратического отклонения результатов измерений:

$$S_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}{n(n-1)}}=\frac{S}{\sqrt{n}}=\frac{6,34544\cdot 10^{-4}}{\sqrt{20}}=1,41888\cdot 10^{-4}$$

Проверка гипотезы о том, что результаты наблюдений принадлежат нормальному распределению

Согласно ГОСТ 8.736-2011 при числе результатов измерений $15 \leq n \leq 50$ нормальность их распределения проверяют с помощью составного критерия. Исследование будет проводиться в 2 этапа: проверка гипотезы о том, что результаты наблюдений принадлежат нормальному распределению по критерию А; проверка гипотезы о том, что результаты наблюдений принадлежат нормальному распределению по критерию Б.

*Критерий **А***

1. Формирование исходных данных.

Исходные данные для исследования представлены в таблице 1.

2. Формулировка нулевой (***H_0***) и альтернативной (***H_1***) гипотез.

Гипотеза ***H_0***— распределение результатов измерений соответствует нормальному виду;

Гипотеза ***H_1*** — распределение результатов измерений не соответствует нормальному виду.

3. Выбор вида статистической проверки гипотезы.

Для проверки гипотезы о том, что результаты наблюдений принадлежат нормальному закону распределения, будет использован критерий А.

4. Определение уровня значимости.

Уровень значимости q согласно заданию равен 0,01 (1%).

5. Вычисление критического значения выбранного статистического критерия на основе исходных данных.

Согласно критерию **А** критическое значение определяется по формуле:

$$\overline{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| x_i - \bar{x} \right|}{n S^{¿}}$$

Далее, для удобства расчетов следует составить таблицу 3.

Результаты промежуточных расчетов критерия А

$x_i - \bar{x}$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$
$1{,}94008 \cdot 10^{-4}$	$1{,}94008 \cdot 10^{-4}$
$7{,}87776 \cdot 10^{-4}$	$7{,}87776 \cdot 10^{-4}$
$-9{,}08392 \cdot 10^{-4}$	$9{,}08392 \cdot 10^{-4}$
$6{,}67898 \cdot 10^{-5}$	$6{,}67898 \cdot 10^{-5}$
$3{,}12762 \cdot 10^{-4}$	$3{,}12762 \cdot 10^{-4}$
$-9{,}52410 \cdot 10^{-4}$	$9{,}52410 \cdot 10^{-4}$
$5{,}51962 \cdot 10^{-4}$	$5{,}51962 \cdot 10^{-4}$
$5{,}57525 \cdot 10^{-4}$	$5{,}57525 \cdot 10^{-4}$
$-1{,}59818 \cdot 10^{-3}$	$1{,}59818 \cdot 10^{-3}$
$3{,}15664 \cdot 10^{-4}$	$3{,}15664 \cdot 10^{-4}$
$-6{,}51778 \cdot 10^{-4}$	$6{,}51778 \cdot 10^{-4}$
$-1{,}81359 \cdot 10^{-4}$	$1{,}81359 \cdot 10^{-4}$
$7{,}96725 \cdot 10^{-4}$	$7{,}96725 \cdot 10^{-4}$
$-1{,}87889 \cdot 10^{-4}$	$1{,}87889 \cdot 10^{-4}$
$6{,}19526 \cdot 10^{-5}$	$6{,}19526 \cdot 10^{-5}$
$5{,}80985 \cdot 10^{-4}$	$5{,}80985 \cdot 10^{-4}$
$-1{,}88857 \cdot 10^{-4}$	$1{,}88857 \cdot 10^{-4}$
$1{,}26287 \cdot 10^{-4}$	$1{,}26287 \cdot 10^{-4}$
$5{,}56557 \cdot 10^{-4}$	$5{,}56557 \cdot 10^{-4}$
$-2{,}40131 \cdot 10^{-4}$	$2{,}40131 \cdot 10^{-4}$
$\sum$	$9{,}81799 \cdot 10^{-3}$

Тогда:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lvert x_i - \bar{x} \rvert}{n S^{¿}} = \frac{0{,}009818}{20 \cdot 0{,}000618} = 0{,}793723$$

6. Нахождение в таблицах квантиля распределения.

Согласно таблице В.1 приложения В при уровне значимости q и объеме выборки n квантили распределения $d_{1-\frac{q1}{2}}(q=0.01(1\%), n=20)$ и $d_{\frac{q1}{2}}(q=0.01(1\%), n=20)$ равны:

$d_{1-\frac{q1}{2}} = 0{,}6950$

$$d_{\frac{q1}{2}} = 0{,}9001$$

7. Проверка, выполняется ли указанное в выбранном критерии условие.

Согласно критерию А, распределение результатов наблюдений соответствует нормальному виду, если выполняется неравенство:

$$d_{1-\frac{q1}{2}} < \overline{d} < d_{\frac{q1}{2}}$$

где: $d_{1-\frac{q1}{2}}$ И $d_{\frac{q1}{2}}$ квантили распределения, получаемые из таблицы В.1 приложения В.

При подстановке значений данное условие примет вид:

0,6950 < 0,793723 < 0,9001.

8. Формулировка вывода.

Видно, что условие $d_{1-\frac{q1}{2}} < \overline{d} < d_{\frac{q1}{2}}$ выполняется, следовательно принимается нулевая гипотеза и отвергается альтернативная гипотеза.

Вывод: условие критерия А выполняется, следовательно, отвергается альтернативная гипотеза (***H₁***) и принимается нулевая гипотеза (***H₀***), согласно которой распределение результатов измерений соответствует нормальному.

*Критерий **Б***

1. Формирование исходных данных.

Исходные данные для исследования представлены в таблице 1.

2. Формулировка нулевой (H_0) и альтернативной (H_1) гипотез.

Гипотеза H_0— распределение результатов измерений соответствует нормальному;

Гипотеза H_1 — распределение результатов измерений не соответствует нормальному.

3. Выбор вида статистической проверки гипотезы.

Для проверки гипотезы о том, что результаты наблюдений принадлежат нормальному закону распределения, будет использован

4. Определение уровня значимости.

Уровень значимости q согласно заданию равен 0,01 (1%).

5. Вычисление фактического значения выбранного статистического критерия на основе исходных данных.

Поскольку в данном критерии расчеты и проверка связаны друг с другом, все вычисления сведены в один этап.

6. Нахождение в таблицах квантиля распределения.

Согласно таблице В.2 приложения В для числа измерений n = 20, значение параметра m равно 1, уровень доверительной вероятности P для уровня значимости q = 0,01 (1%) составляет 0,99.

Тогда согласно таблице В.3 приложения В значение квантиля $z_{P/2}$ составляет:

$$z_{P/2}(P=0.99)=2,58.$$

7. Проверка, выполняется ли указанное в выбранном критерии условие.

Согласно критерию Б, распределение результатов наблюдений соответствует нормальному, если не более m разностей $|x_i - \bar{x}|$ превысили значение $z_{P/2} \cdot S$ т.е.

$$|x_i - \bar{x}| > z_{P/2} \cdot S$$

где S —среднее квадратическое отклонение;

$z_{P/2}$— верхняя квантиль распределения нормированной функции Лапласа, отвечающая вероятности $P/2$.

В данном случае:

$S=0,000635$

$z_{P/2} \cdot S=0,001637$

Далее, для удобства расчетов следует составить таблицу 4.

Результаты промежуточных расчетов критерия Б

$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$		$z_{P/2} \cdot S$
$1{,}94008 \cdot 10^{-4}$	<	0,001637
$7{,}87776 \cdot 10^{-4}$	<	
$9{,}08392 \cdot 10^{-4}$	<	
$6{,}67898 \cdot 10^{-5}$	<	
$3{,}12762 \cdot 10^{-4}$	<	
$9{,}52410 \cdot 10^{-4}$	<	
$5{,}51962 \cdot 10^{-4}$	<	
$5{,}57525 \cdot 10^{-4}$	<	
$1{,}59818 \cdot 10^{-3}$	<	
$3{,}15664 \cdot 10^{-4}$	<	
$6{,}51778 \cdot 10^{-4}$	<	
$1{,}81359 \cdot 10^{-4}$	<	
$7{,}96725 \cdot 10^{-4}$	<	
$1{,}87889 \cdot 10^{-4}$	<	
$6{,}19526 \cdot 10^{-5}$	<	
$5{,}80985 \cdot 10^{-4}$	<	
$1{,}88857 \cdot 10^{-4}$	<	
$1{,}26287 \cdot 10^{-4}$	<	
$5{,}56557 \cdot 10^{-4}$	<	
$2{,}40131 \cdot 10^{-4}$	<	

Как видно из таблицы 4 ни одна разность вида $\lvert x_i - \bar{x} \rvert$не превысила значение$z_{P/2} \cdot S$, следовательно, критическая статистика – m* = 0.

8. Формулировка вывода.

<u>**Вывод:**</u> установлено, что ни одна из разностей $\lvert x_i - \bar{x} \rvert$не превысила значение $z_{P/2} \cdot S$, следовательно, отвергается альтернативная гипотеза (***H₁***) и принимается нулевая гипотеза (***H₀***), согласно которой распределение результатов измерений соответствует нормальному.

Поскольку оба критерия установили, что распределение результатов наблюдений группы соответствует нормальному виду, то формируется соответствующий вывод: вид закона распределения результатов наблюдений выборки соответствует нормальному

Вычисление доверительных границ случайной погрешности

Для расчета доверительные границы случайной погрешности результатов измерений следует воспользоваться формулой $\varepsilon = t(f, P) \cdot S_R$

Для нахождения коэффициента Стьюдента следует воспользоваться таблицей Г.1 приложения Г. Поскольку в данной таблице отсутствует квантиль для f = 20 — 1 = 19, выбираем ближайшее меньшее значение, т.е. для f = 18:

$$t(f, P) = t(n-1, P) = t(18, 0.99) = 2.878$$

где: P — уровень доверительной вероятности, который определяется как

$P = 1 — q$.

Таким образом, доверительные границы случайной погрешности результата измерения

$$\varepsilon(P) = t(f, P) \cdot S_R = 2.878 \cdot 0.000142 = 0.000408$$

Вычисление доверительных границ неисключенной систематической погрешности (НСП)

Из исходных данных известны составляющие систематической погрешности:

$$\theta_1 = 0{,}000200[B], \theta_2 = 0{,}000132[B], \theta_3 = 0{,}000252[B]$$

Так как число составляющих НСП равно трем (m = 3), то доверительные границы НСП результата измерения *O(P)* вычисляют по формуле.$\theta(P) = k\sqrt{\sum_{i=1}^{m} \theta_i^2}$ Следовательно, теперь нужно определить коэффициент k по рис. 1(см. учебное пособие) из зависимости k= *f(m,l)*.

Параметр *1* определяется как отношение максимальной составляющей НСП к значению наибольшему после максимального:

$$l = \frac{\theta_3}{\theta_1} = \frac{0{,}000252}{0{,}000200} = 1{,}26$$

Тогда согласно рис. 1(учебное пособие) *k= f(m=3,1,l=1,26).*=1,36.

Тогда доверительные границы НСП определяется как:

$$\theta(P) = \pm k \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \theta_i^2 = \text{¿} 1,36 \cdot \sqrt{0,000200^2 + 0,000132^2 + 0,000252^2} = 0.000473 \text{¿}}$$

Вычисление доверительных границ погрешности результата измерения

Доверительные границы полной погрешности результата измерения определяются по выражению $\Delta = \pm K \cdot S_\Sigma$. Для начала следует вычислить суммарное СКО результата измерения:

$$S_\Sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{\theta_i^2}{3} + S_{\bar{x}}^2 = \text{¿} \frac{\sqrt{0,000200^2 + 0,000132^2 + 0,000252^2}}{3} + 0.000110^2 = 0,000246 \text{¿}}$$

Коэффициент K вычисляют по формуле:

$$K = \frac{\varepsilon(P) + \theta(P)}{S_x + \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \frac{\theta_i^2}{3}}} = \frac{0.000408 + 0.000473}{0.000110 + \frac{\sqrt{0,000200^2 + 0,000132^2 + 0,000252^2}}{3}} = 2,57191$$

Отсюда

$$\Delta = \pm K \cdot S_\Sigma = 2,57191 + 0,000246 = 0.000632$$

Теперь нужно записать результат измерения в виде $\overline{X} \pm \Delta, P$

Для представления результата измерения, границы погрешности записывают в виде десятичной дроби. Поскольку уровень доверительной вероятности P составляет 0,99, то значение границ погрешности округляют до двух значащих цифр:

$$\Delta = 0,00063$$

Количество разрядов результата измерения должно соответствовать разрядности погрешности, поэтому в данном случае следует его округлить до 5-х разрядов после запятой:

$$\overline{X} = \text{¿} 0,67144$$

Окончательно, результат измерения напряжения по результатам многократных наблюдений примет вид:

$$[0,67144 \pm 0,00063] B, P = 0,99$$

Вывод по работе: по ходу выполнения данной работы мы оценивали погрешность прямых измерений с многократными независимыми наблюдениями. Исключили из результатов измерений грубые погрешности и промахи, исключили известные систематические погрешности путем введения поправок, вычислили среднего квадратического отклонение результатов измерений, вычислили среднего квадратического отклонение среднего арифметического. Проверили, принадлежат ли результаты наблюдений нормальному распределению. Вычислили доверительные границы случайной погрешности, неисключенной систематической погрешности и доверительные границы погрешности результата измерения. Записали результат измерения.

Контрольные вопросы

1. *Что такое метрология?*

Метрология – Наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности. Предметом метрологии является извлечение количественной информации о свойствах объектов с заданной точностью и достоверностью; нормативная база для этого - метрологические стандарты.

2. *Назовите разделы метрологии. Приведите соответствующие определения.*

Метрология **включает в себя три раздела:**

1. Фундаментальная (теоретическая) метрология;
2. Законодательная (правовая) метрология (ЗМ);
3. Практическая метрология.

Фундаментальная метрология – та составная часть науки об измерениях, предметом которой является разработка фундаментальных (общетеоретических) основ этой науки и развитие на ее базе прикладных теорий и научных направлений.

Законодательная метрология – это та составная часть науки об измерениях, предметом которой является установление обязательных технических и юридических требований по применению единиц ФВ, мер, эталонов, стандартных образцов состава и свойств веществ и материалов, методов и средств измерений. направленная на обеспечение единства измерений, необходимого качества и единообразия средств измерений в интересах общества. Ее основная задача – создание и совершенствование системы государственных стандартов, организация и разработка методик проведения работ по обеспечению единства и точности измерений, а также организация и функционирование соответствующей государственной службы. Государственное регулирование выполняется посредством правовых актов через федеральные органы исполнительной власти (министерства и ведомства), Государственную метрологическую службу и метрологические службы предприятии и организаций.

Практическая метрология – это та составная часть науки об измерениях, которая изучает и освещает как вопросы практического применения разработок фундаментальной (преимущественно прикладной) метрологии, так и положений, требований и норм законодательной метрологии. Задачей её является изучение и освещение вопросов практического применения разработок фундаментальной метрологии, результатов ее теоретических исследований, положений, требований и норм законодательной метрологии, вопросов эффективности и метрологического обеспечения производства, ведения метрологической документации, осуществления всех видов поверочных работ, аккредитации метрологических служб, государственного метрологического контроля и надзора в масштабах страны, отрасли, предприятий, организаций и т.д.

3. *Приведите примеры объектов метрологии.*

Основными объектами метрологии являются величины и измерения.

Величины подразделяются на физические и нефизические.

Физическая величина – одно из свойств физического объекта (физической системы, явления или процесса), общее в качественном отношении для многих физических объектов, но в количественном отношении индивидуальное для каждого из них.

Не физические величины - свойства экономических, психологических и тому подобных объектов, не относящихся к физическим объектам. Их измерение производится опосредовано, через физические величины.

4. *Что такое измерение?*

Измерение– совокупность операций выполняющих с помощью технических средств хранящих единицу величины позволяющих способствовать измеряемую величину с ее единицей и получать значение величины.

5. *Что является результатом измерения?*

Результат измерения — значение величины, полученное путем
ее измерения. Результат измерения представляет собой приближенную оценку истинного значения величины.

6. *Что является погрешностью результата измерения?*

Погрешность измерения – отклонение результата измерения от истинного значения физической величины.

7. *Приведите определение систематической погрешности. Каковы физические причины появления систематических погрешностей в результате измерения?*

Систематической погрешностью измерения называется
составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той
же физической величины. Причиной появления систематических погрешн остей могут быть неисправности измерительной аппаратуры, несовершенство метода измерения, неправильная установка измерительных приборов и отступление от нормальных условий их работы, особенности и неправильные действия самого оператора.

8. *Что такое поправка?*

Поправка – значение величины, вводимое в неисправленный результат измерения с целью исключения составляющих систематической погрешности. Знак поправки противоположен знаку погрешности. Поправку, прибавляемую к номинальному значению меры, называют поправкой к значению меры; поправку, вводимую в показание измерительного прибора, называют поправкой к показанию прибора.

9. Что такое класс точности средства измерения? Приведите примеры обозначений.

Класс точности — это обобщенная характеристика средства измерения, определяемая пределами допускаемых основной и дополнительной погрешностей, а также другими свойствами средства измерения, влияющими на точность, значения которых устанавливают в стандартах на отдельные виды средств измерений.

Форма выражения погрешности	Пределы допускаемой основной погрешности, %	Обозначение класса точности	
		в документации	на средстве измерений
Приведенная погрешность γ	$\gamma = \pm 1{,}5$ $\gamma = \pm 0{,}5$	класс точности 1,5 класс точности 0,5	1.5 0,5
Относительная погрешность δ	$\delta = \pm 0{,}5$	0,5	0,5
Абсолютная погрешность Δ	- -	Класс точности М Класс точности С	М С

10. Какими свойствами обладает случайная составляющая погрешности?

- случайные погрешности по абсолютной величине не могут превышать известного предела;

- малые по абсолютной величине погрешности в данном ряду измерений появляются чаще больших;

- одинаковые по абсолютной величине положительные и отрицательные погрешности в данном ряду измерений возможны с одинаковой вероятностью;

- среднее арифметическое из всех случайных погрешностей данного ряда равноточных измерений одной и той же величины при неограниченном возрастании числа ***n*** измерений стремится к нулю.

11. Приведите правило округления результатов измерений. Приведите примеры.

Существуют определенные правила округления.

1. В выражении погрешности удерживается не более двух значащих цифр, причем последняя цифра обычно округляется до нуля или пяти. Две цифры следует обязательно удерживать в том случае, когда цифра старшего разряда менее 3.

2. Числовое значение результата измерения должно оканчиваться цифрой того же разряда, что и значение погрешности.

Пример. 235,732 $\pm$ 0,15 округляется до 235,73 $\pm$ 0,15, но не до 235,7 $\pm$ 0,15.

При промежуточных вычислениях целесообразно, чтобы используемые числа содержали на одну значащую цифру больше, чем будет в окончательном результате. Это позволяет уменьшить погрешность от округления.

3. Если первая из отбрасываемых цифр (считая слева направо) меньше пяти, то остающиеся цифры не меняются.

Пример. 442,749 $\pm$ 0,4 округляется до 442,7 $\pm$ 0,4.

4. Если первая из отбрасываемых цифр больше или равна пяти, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу.

Пример. 37,268 $\pm$ 0,5 округляется до 37,3 $\pm$ 0,5; 37,253 $\pm$ 0,5 округляется до 37,3 $\pm$ 0,5.

5. Округление следует выполнять сразу до желаемого числа значащих цифр, поэтапное округление может привести к ошибкам.

Пример. Поэтапное округление результата измерения 220,46 $\pm$ 4 дает на первом этапе 220,5 $\pm$ 4 и на втором 221 $\pm$ 4, в то время как правильный результат округления 220 $\pm$ 4.

12. Приведите правило записи результатов измерений. Приведите примеры.

При записи результата измерений в стандартной форме, необходимо соблюдать следующие правила:

1) погрешность Δ необходимо округлять до двух значащих цифр, если первая из них – единица, и до одной значащей цифры во всех остальных случаях;

2) при записи значения *d* необходимо указывать все цифры вплоть до последнего десятичного разряда, использованного для записи погрешности.

Пример:

$$d = (5.290 \pm 0.013)\,мм$$

Примеры неправильной записи результата измерений:

1) d=(5,29±0,01) мм – погрешность занижена больше чем на 15 – 20% из-за нарушения правила 1;

2) d=(5,29±0,013) мм – нарушено правило 2;

3) d=(5,2900±0,0134) мм – не выполнено правило 1.

Библиографический список

1. РМГ 29-2013 ГСИ. Метрология. Основные термины и определе- ния. — М.: Стандартинформ, 2014. — 60 с.
2. Извеков, В.Н. Метрология, измерительная техника, основы стандар- тизации и сертификации: учебное пособие / В.Н. Извеков, А.Г. Кагиров. — Томск: ТПУ, 2011. — 149 с.
3. ГОСТ Р 8.736-2011 Государственная система обеспечения единства измерений (ГСИ). Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения. — М.: Стандартинформ, 2013. — 24 с.
4. Тартаковский, Д.Ф. Метрология, стандартизация и технический средства измерений / Д.Ф. Тартаковский, А.С. Ястребов. — М.: Высшая школа, 2002. — 205 с.
5. Сергеев, А.Г. Метрология, стандартизация и сертификация / А.Г. Сергеев, В.В. Терегеря. — М.: Издательство Юрайт, 2011. — 820 с.
6. Р 50.2.038-2004 ГСИ. Измерения прямые однократные. Оценивание погрешностей и неопределенности результата измерений. — М.: Стандартинформ, 2011. — 11 с.
7. МИ 2083-90. Государственная система обеспечения единства изме- рений. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оце- нивание их погрешностей. — М.: Комитет Стандартизации и Метрологии СССР, 1991. — 11 с.
8. Оформление результатов измерений в лабораториях физического практикума Методические указания (https://studfile.net/preview/9354289/page:2/)
9. «Объекты и задачи метрологии» (https://studopedia.ru/1_126206_primer.html)